

Lors d'une courte visite de Metod Saniga à Besançon en 2004, nous avons émis l'hypothèse originale que le problème de la complémentarité en mécanique quantique, vu à la lumière des travaux actuels sur les corps et anneaux de Galois pour la recherche des bases mutuelles impartiales (MUBs), et l'existence des plans projectifs finis aux dimensions $q=p^r$, puissances d'un nombre premier p , sont équivalents (J. Opt. B: 6, L19-L20, 2004). Cette collaboration a depuis été très fructueuse et entraîné plusieurs publications communes sur les aspects algébriques et géométriques de l'information quantique. Notre dernier travail porte sur la géométrie des anneaux de Galois comme architecture des MUBs (math-ph/0506057). Elle évoque une véritable chimie quantique. Il s'agit de développer ce travail (M. Planat et M. Saniga), de le lier aux algèbres de Lie déformées de $SU(2)$ (M. Kibler et M. Planat), d'utiliser cette structure algèbro-géométrique pour modéliser certaines macromolécules (M. Saniga, P. Pracna et M. Kibler). Les 4 premiers mois, on s'intéressera aux anneaux dits de Hjelmslev (désarguésiens) de dimension p^r et à leur géométrie. Les 3 mois suivants on détaillera les plans projectifs finis correspondants, en particulier ceux dont les coordonnées sont dans l'anneau de Galois $GR(p^2, r)$, ou les anneaux de nombres duaux $GF(q)[x]/(x^2)$, ou les anneaux polynomiaux tronqués $GF(q)[x, \sigma]/(x^2)$, avec σ un automorphisme non trivial de $GF(q)$; on examinera les coniques et ovals de ces plans. Les 3 mois suivants, on construira explicitement la carte entre les MUBs de l'espace de Hilbert de dimension q et les coniques/ovals sur les plans de Hjelmslev d'ordre q . On étudiera aussi la liaison aux algèbres de Lie. Les 2 derniers mois on envisagera d'utiliser ces graphes projectifs des MUBs pour la chimie quantique.